

L'héritage

Les anciennes civilisations - babylonienne, égyptienne, indienne - ont laissé un grand patrimoine de connaissances, mais leurs calculs sont des calculs pratiques.

L'astronomie est une astronomie d'observation : on enregistre les mouvements des astres, mais on n'explique pas les causes de ces mouvements.

Les mathématiques abstraites, les modèles cosmologiques seront la qualité distinctive de la civilisation grecque.

Quand la science s'appelait philosophie...

Le rêve grec :

1. Décrire la nature par les mathématiques.
2. Réduire les phénomènes complexes à des causes 'simples'.
3. Remettre en question toute vérité, même évidente, par ex. en utilisant l'expérience.

Ce rêve commence avec les premiers philosophes naturalistes, de Thalès à Anaxagore, et se termine au II^e siècle après J.-C. avec Ptolémée d'Alexandrie.

La Géométrie

La géométrie

Pour les Grecs, la géométrie n'est pas seulement l'étude des figures planes ou solides :

1. D'un côté, c'est un **procédé de calcul** – que, avec l'héritage arabe, nous avons remplacé par le calcul numérique.
2. De l'autre côté, c'est, avec Euclide, l'archétype des **sciences exactes**.

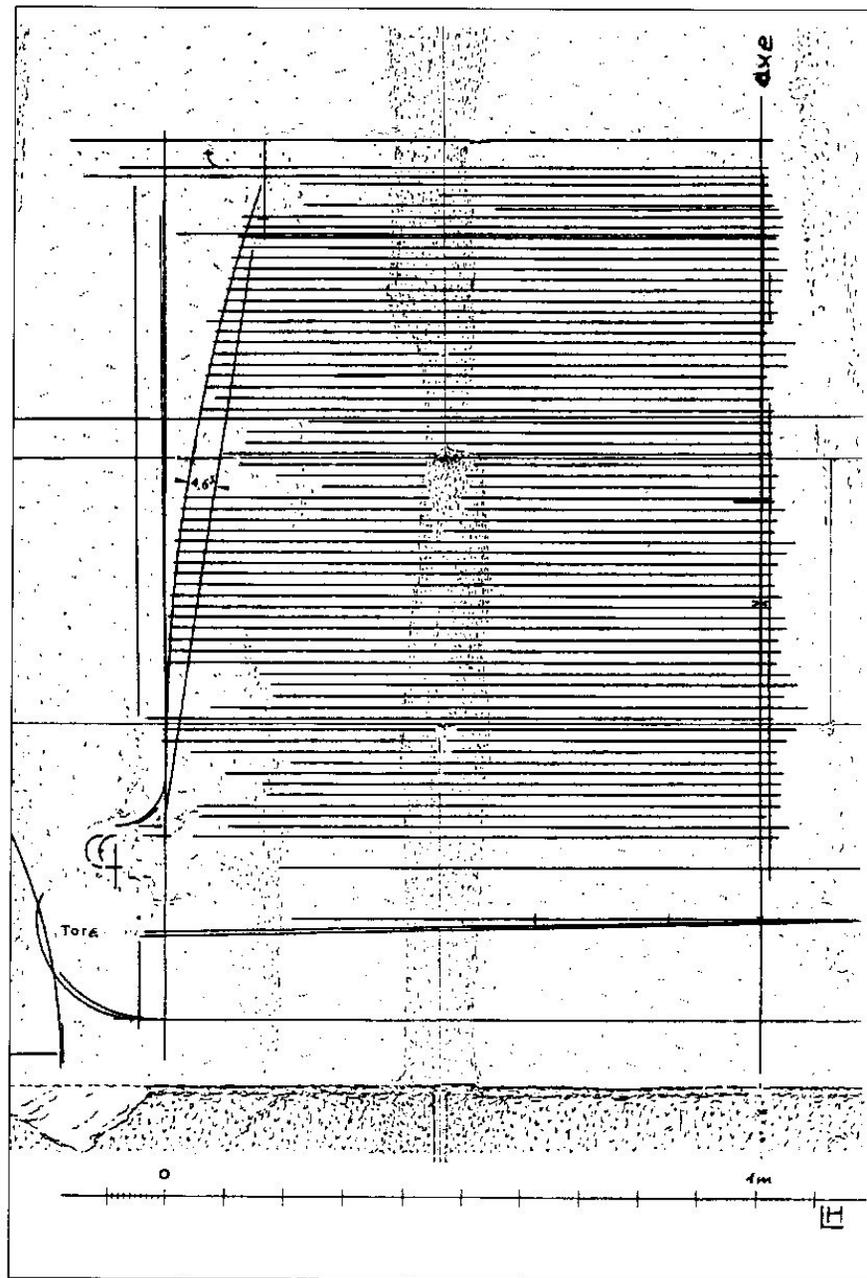


Fig. 270. Didymes, temple hellénistique d'Apollon. Dessin de la construction de l'entasis des colonnes, sur un mur de l'adyton. D'après L. Haselberger, RA 1991, p. 104.

Dessin d'exécution d'une colonne

Science exacte ou axiomatique - déductive

- On démontre de nouvelles propriétés par de procédés logiques, à partir de propriétés déjà prouvées.
- Puisque on ne peut pas tout démontrer indéfiniment, on se base sur quelques propriétés simples, indémontrables (*axiomes, postulats, hypothèses* ; en physique, *principia*).
- Les affirmations de la théorie ne concernent pas des *objets* du monde réel mais des entités spécifiques de la théorie considérée.
- À l'intérieur d'une théorie, les déductions sont exactes, vérifiables, en nombre illimité.

Théories axiomatique – déductives

- Une théorie est applicable au monde physique grâce à des "règles de correspondance" entre les objets de la théorie et les objets concrets.
- Les règles de correspondance n'ont aucune garantie absolue; (entre autres, le **domaine de validité** des règles de correspondance est toujours limité).
- La méthode fondamentale pour contrôler la validité des règles de correspondance est la *méthode expérimentale*.
- Une théorie n'est pas une "vérité". Si une théorie est désavouée par l'expérience, il faut en chercher une meilleure.

Tout cela peut paraître inhabituel, mais:

On utilise des "postulats" en d'autres occasions, par ex. :

"Tous les hommes sont égaux sans distinction de race, de couleur, de sexe, de langue, de religion, de richesse, de naissance ou autre condition".

Quant à la distinction entre **objets théoriques et objets réels**, posons-nous quelques questions :

- " Est-ce que les orbites des planètes sont elliptiques ? "

ou alors :

- " Est-ce que la lumière, la température, la charge électrique, les électrons ou les atomes existent ? "

[la réponse est : non]

En résumé

Une théorie **axiomatico – déductive** a une structure logique :

- postulats, axiomes, objets élémentaires



- méthode unitaire pour déduire des conséquences



- conséquences et nouvelles propriétés en nombre illimité (\Rightarrow inventions)

Origines de la science (moderne, occidentale...)

En se référant à la notion de "science exacte" on peut affirmer qu'il n'y avait pas de science :

- Ni dans les anciens empires
- Ni dans la Grèce du V siècle av. J.-C.
- Ni dans les oeuvres de Platon ou d'Aristote,
- Ni dans la culture romaine.

On a le premier exemple de sciences exactes au **III s. av. J.-C.** à Alexandrie (avec Euclide et ses disciples), et ce fut une caractéristique essentielle de la civilisation **hellénistique**.

[Check : qui savait démontrer un théorème ?]

[Hellénisme, kesako ?]

Donc :

Si l'on cherche une date pour **les origines de la science**, par ex. arabe puis occidentale, le choix le plus plausible se situe dans la période connue sous le nom d'*Hellénisme*.

C'est aussi le moment où les disciplines scientifiques (astronomie, physique, médecine, ...) **se séparent de la philosophie**.

[D'habitude, on fait commencer la science moderne avec **Copernic, Kepler, Galilée** ; il faudra reculer cette date d'environ 2000 ans !]

À confirmation que 'la science' est née avec l'hellénisme...

... différentes théories scientifiques hellénistiques:

- la géométrie euclidienne,
- l'optique géométrique, y c. la perspective
- la théorie des machines simples,
- l'hydrostatique,
- la théorie des nombres
- La géographie mathématique

ont été incluses substantiellement inchangées dans la science moderne.

Le cercle en astronomie

Des cercles dans le ciel



Le cercle en astronomie

Très tôt, on a attribué une forme sphérique à la Terre, à la Lune et au Soleil.

Platon se passionne à la physique en âge avancé. Il pose ce problème aux mathématiciens:

- *quels sont les mouvements circulaires et uniformes ("parfaits") qu'il convient de prendre pour hypothèse afin de sauver les **apparences** que les astres errants* nous présentent ?*

* Les huit astres errants sont **la Lune, le Soleil, Mercure, Venus, Mars, Jupiter, Saturne**, auxquels on ajoute les étoiles, dites "**fixes**" parce qu'elles semblent fixées à une sphère plus externe (d'où le nom "firmament").

Le cercle en astronomie

Au IV^e siècle av. J.-C., la réponse fournie par Eudoxe de Cnide à Platon est purement mathématique.

- Les astres mobiles sont transportés par un système de 27 sphères, ayant le même centre que la Terre, chaque sphère tournant autour d'un axe plus ou moins incliné pris dans la sphère immédiatement extérieure (système à feuilles d'oignon).
- La rotation de chaque sphère est uniforme, mais la vitesse et même le sens de rotation sont propres à chacune.
- Ce modèle requiert quatre sphères pour chaque planète, trois sphères chacun pour le Soleil et la Lune.
- Le système de sphères "homocentriques" emboîtées d'Eudoxe, avec ses axes et vitesses de rotation différents, est modifié par Callippe avec 7 sphères supplémentaires.

La Cosmologie d'Aristote.

Aristote construit **une physique** et **une cosmologie** logiquement cohérentes.

Le domaine céleste, compris entre la sphère des fixes et celle de la Lune est composé d'un cinquième élément, **l'éther**.

Dans ce domaine, les mouvements "naturels" sont **circulaires et uniformes**; les corps **incorruptibles** qu'y sont logés, les étoiles et les planètes, ne peuvent que tourner éternellement autour du centre de l'univers.

- C'est un univers clos, et relativement petit.
- Les orbites emboîtées ont une réalité physique concrète.
- Le nombre de sphères homocentriques passe à **55** (pour désaccoupler les mouvements).
- La sphère la plus externe est entraînée par un "**moteur premier**", et entraîne les autres dans sa rotation diurne de 24 heures.

Cette théorie a tenu la scène pendant 20 siècles...

Période hellénistique

Aristarque (puis **Hipparque**) évalue les dimensions de la Lune (et du Soleil) par rapport à la Terre.

Ératosthène mesure (avec une **précision** de 0.8 %) les dimensions de la Terre.

Les propriétés des (sections) **coniques** sont étudiées très en détail par **Apollonios** de Perga (les 'coniques' sont des cercles vus sous des angles spécifiques).

Les Grecs sont dès lors outillés pour décrire les trajectoires de principaux corps célestes (planètes, satellites, comètes).

Archimède

Plutarque, sur Archimède:

« On ne trouvera pas en géométrie de problèmes plus difficiles et complexes, ni d'explications plus simples et lucides ».

« Certains les attribuent à son génie naturel, et d'autres à d'énormes efforts ».

« Personne ne saurait trouver de démonstrations semblables, et pourtant quand vous les voyez, vous croyez les avoir trouvées vous même, tant est facile et rapide le chemin par lequel il vous mène à la solution ».

Cicéron et la tombe d'Archimède (75 av. J.-C.)

Cicero (106-43 BC),
Tusculanae Disputationes,

« When I was questor in Sicily
[in 75 BC, 137 years after the
death of Archimedes] I managed
to track down his grave ».

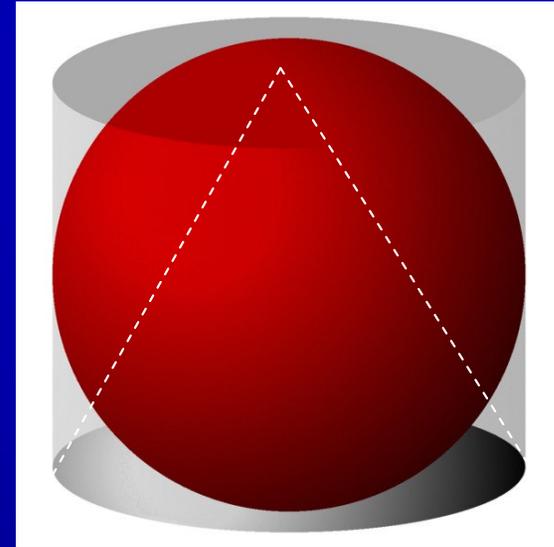
...

The Romans were so
uninterested in mathematics that
Cicero's act of respect in cleaning
up Archimedes' grave was
perhaps the most memorable
contribution of any Roman to the
history of mathematics.

...

« Among them [the Greeks]
geometry was held in highest
honor; nothing was more
glorious than mathematics. But
we [the Romans] have limited
the usefulness of this art to
measuring and calculating ».





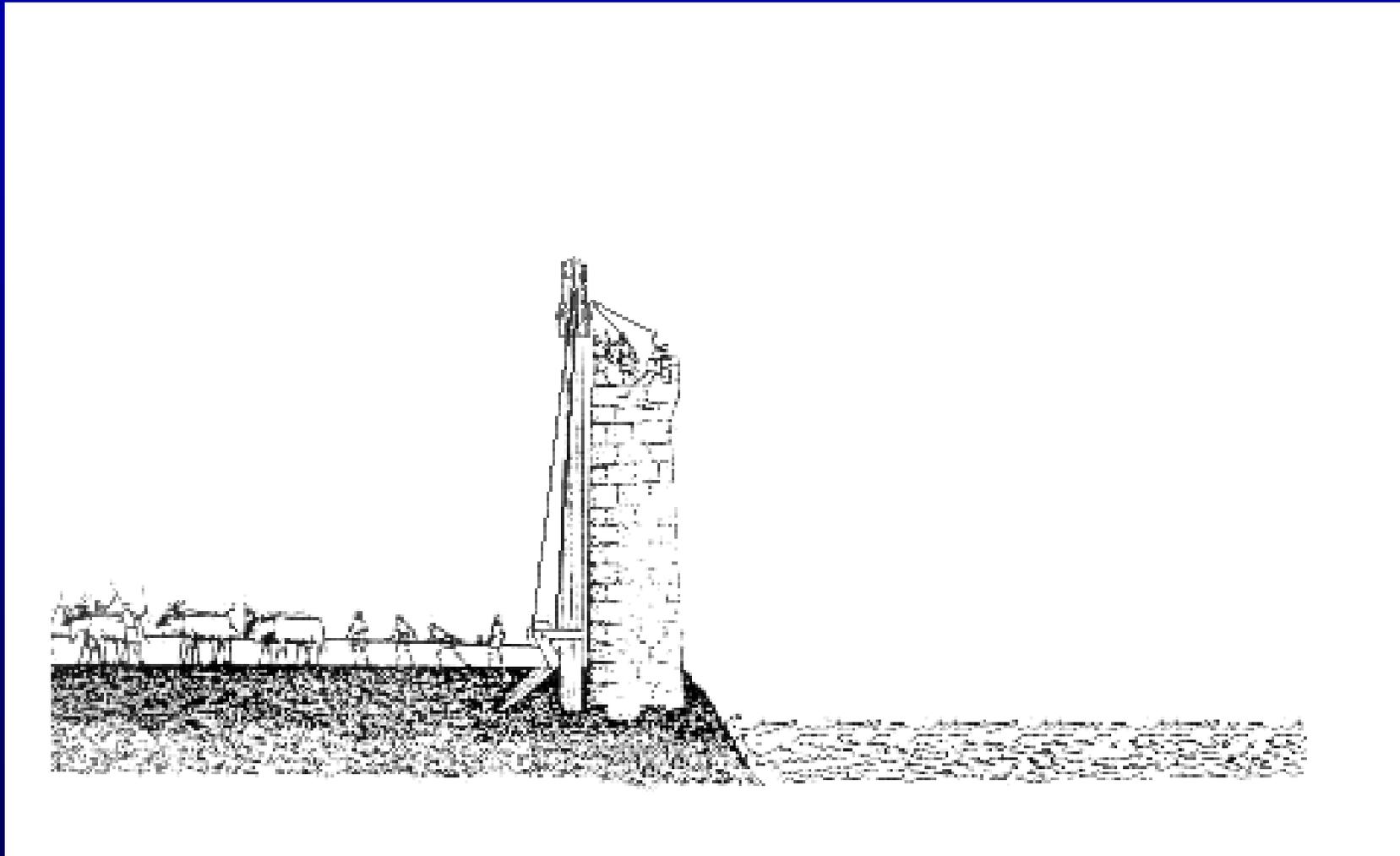
$$V_{\text{(sphère)}} = \frac{2}{3} \cdot V_{\text{(cylindre)}}$$

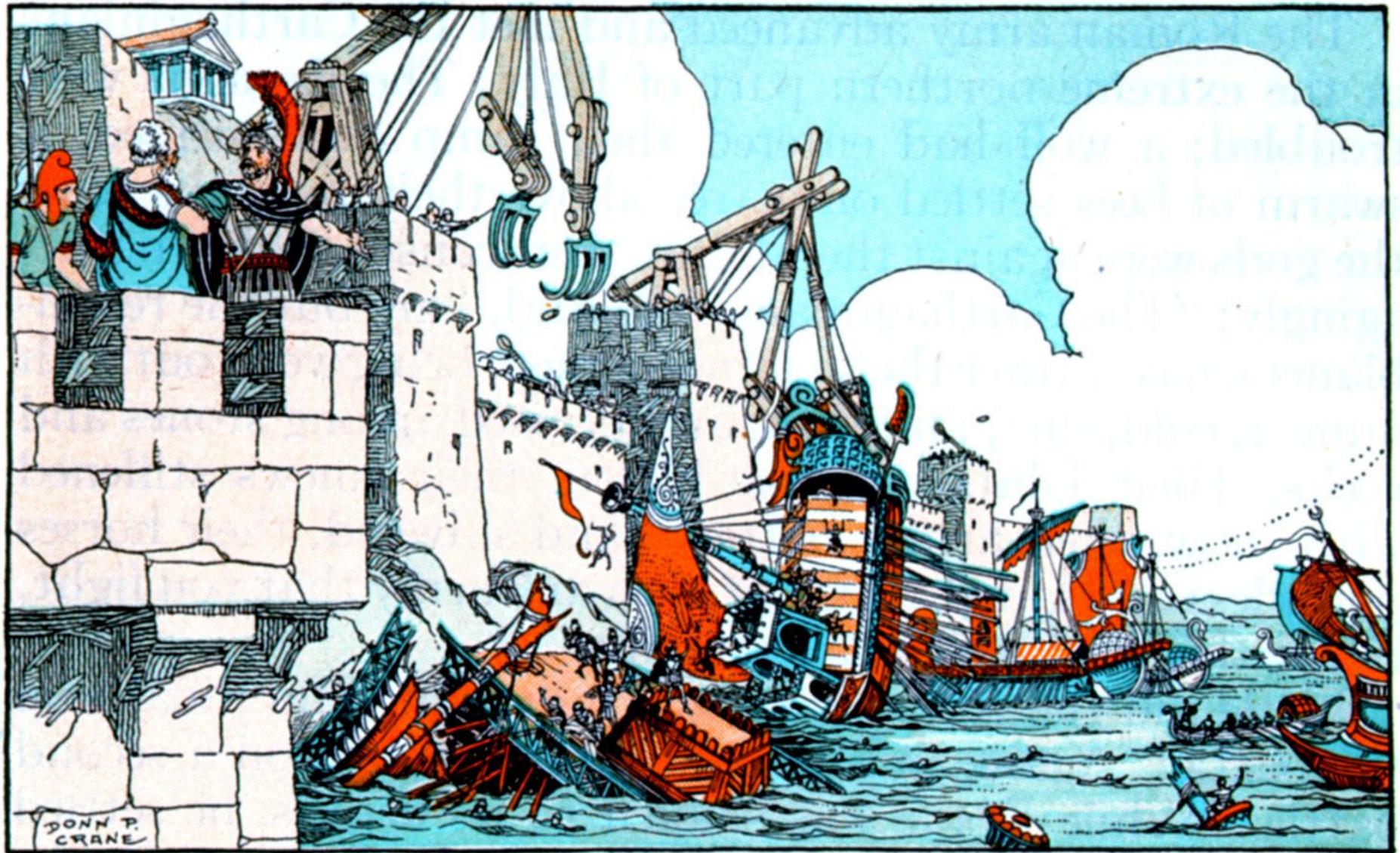
$$S_{\text{(sphère)}} = \frac{2}{3} \cdot S_{\text{(cylindre)}}$$

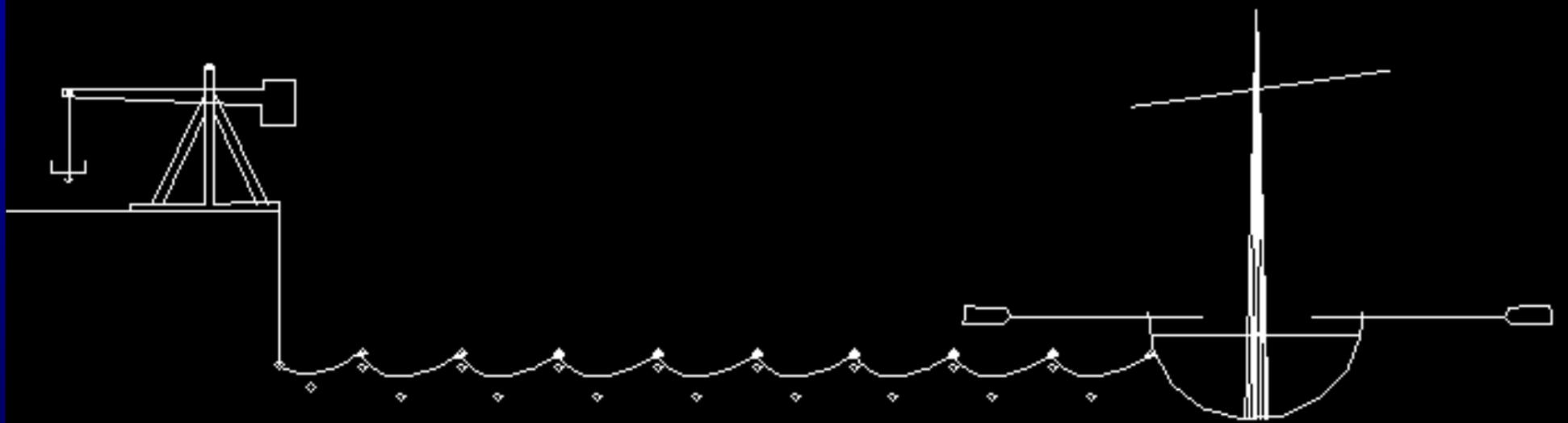
$$V_{\text{(cône)}} = \frac{1}{2} \cdot V_{\text{(sphère)}}$$

N'est-ce pas un beau testament ?

Archimède







Archimède et π

Archimède et π

Archimède, dans *La mesure du cercle*, évalue le rapport entre circonférence et diamètre par de séries de polygones réguliers inscrits et circonscrits au cercle.

[En partant d'un hexagone, il construit (avec règle et compas) des polygones de 12, 24, 48, 96 côtés].

[Il démontre géométriquement que les périmètres de ces polygones forment une série (on déduit le périmètre du polygone de $2n$ côtés de celui de n côtés) ; il arrête opportunément le calcul à 96 côtés].

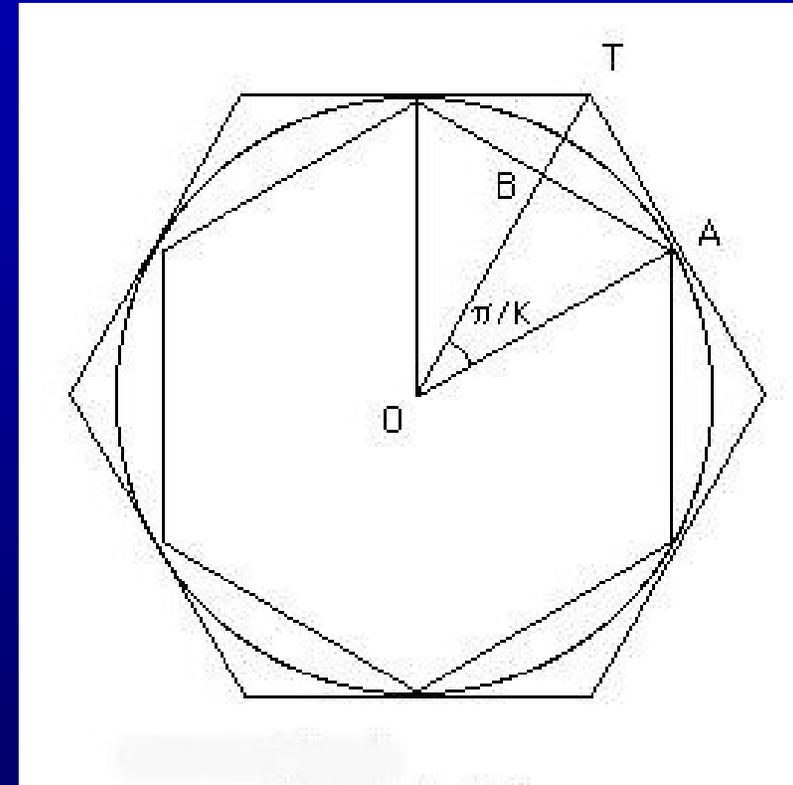
Les polygones circonscrits lui donnent l'inéquation :

$$\pi < P_{96} / d < 3 + 667\frac{1}{2} / 4673\frac{1}{2} < 3 + 10/70$$

En y ajoutant les polygones inscrits il arrive enfin au célèbre résultat :

$$3 + 10/71 < \pi < 3 + 10/70 = 22/7$$

La fraction $22/7$ sera la valeur de pi utilisée pendant tout le moyen age et au delà.



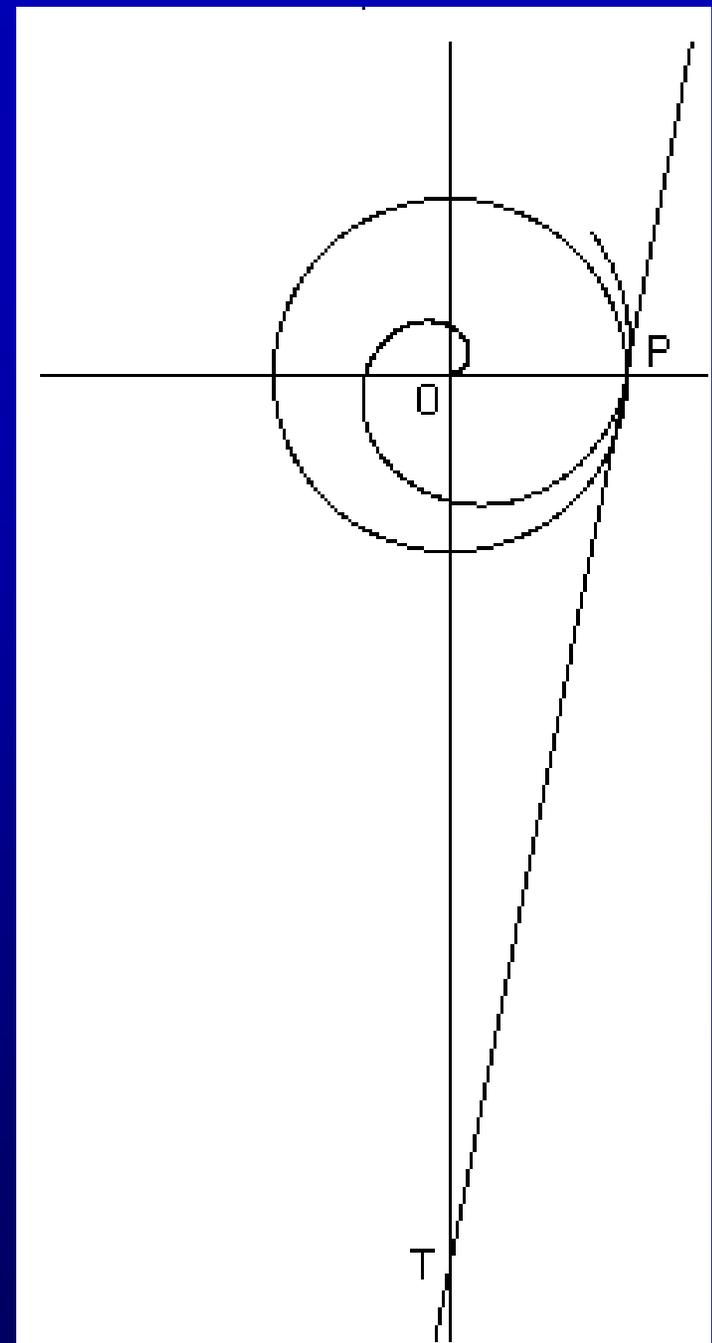
Surface du cercle

Archimède démontre que la tangente à une spirale (d'Archimède...) dans le point P qui démarque un tour exacte...

coupe la perpendiculaire à la génératrice de la spirale en un point T tel que

$PT = \text{circonférence du cercle de rayon } OP$

[Il a démontré au préalable que la surface d'un cercle est égale à celle d'un triangle rectangle dont les deux (petits) côtés sont égaux au rayon et à la circonférence].



Histoire de Pi

Histoire de π ($\pi = 3.14159$)

- Tous les peuples anciens savaient que le rapport* entre (la longueur d') une circonférence et son diamètre était fixe.
- Déjà un verset de la Bible décrit une vasque en bronze dans le temple du roi Salomon (950 av. J.-C.), d'un diamètre de 10 coudées pour un pourtour de 30.
- À la même époque, les Égyptiens utilisaient une valeur de $25/8$ (3.125), et les Mésopotamiens de $\sqrt{10}$ (3.162).
- Dans le papyrus de Rhind, on conseille d'ôter $1/9$ au diamètre avant d'y construire un carré de surface équivalent à celle du cercle, ce qui donne $\pi = 3.16$.

* Ce rapport est indiqué par π depuis le XVIIIe siècle (π /d , Euler et al.).

$$(\pi = 3.14159)$$

Archimède ($3 + 10/71 < \pi < 3 + 10/70$) : $\pi = 3.14185$

Quelques autres valeurs historiques :

Ptolémée	(c. 150)	3,1416
Tsu Chiung Chi	(c. 500)	355/113
Al-Kuwarizmi	(c. 800)	3,1416
Al - Kashi	(c. 1430)	14 pl. décimales
Viètes	(1600)	7 pl. décimales

La "quadrature du cercle"

(les autres grands problèmes classiques sont la duplication du cube et la trisection d'un angle).

À partir d'Anaxagore, tous les mathématiciens grecs (Cénope, Antiphon, Bryson, Hippocrate, Hippias) étudient le problème.

D'après Cénope, les Grecs distinguèrent trois types de problèmes géométriques :

- a) "planes" que l'on peut résoudre par des constructions exécutées sur un plan avec règle et compas
- b) "solides", qu'on peut résoudre par des figures de la famille des sections coniques
- c) "linéaires", solubles par la construction de courbes spécifiques ou des mouvements complexes.

Plusieurs solutions brillantes du type b) et c) furent proposées par des auteurs, que le peuple appelait ironiquement "*les quadrateurs du cercle*".

Toutefois, aucun mathématicien grec osa jamais affirmer d'avoir trouvé une solution avec règle et compas.

Ce n'est pas le cas de la postérité :

Les mathématiciens du moyen âge, de Al Haytam jusqu'à Léonard, prétendirent pouvoir trouver une solution "plane" .

En 1761 Lambert prouva que pi n'est pas "rationnel". Néanmoins la vague de *quadrateurs* augmenta à tel point qu'en 1775 l'Académie de Paris et la Royal Society communiquèrent que plus aucune solution du problème de la quadrature serait prise en examen.

En 1872 De Morgan nomma Saint Vito patron des *quadrateurs* du cercle.

En 1880 Lindemann démontra que pi est un nombre "transcendant" (n'est pas la solution d'une équation algébrique polynomiale), et donc ne peut pas faire l'objet d'une construction avec règle et compas, mais cela n'arrêta pas les inventeurs de nouvelles méthodes de solution.

Claude Ptolémée

Premiers siècles de notre ère

... tout se perd

Avec la fin de l'hellénisme et des grands royaumes, bien de découvertes sont oubliées, les livres perdus.

Aristote revient à la mode, en fournissant aux théologiens, aussi bien chrétiens qu'islamiques, la cosmologie et la physique dont ils ont besoin pour leur doctrine.

Seul **Claude Ptolémée** (et **Galien** en médecine), au II siècle de notre ère, recueillent ce qui reste des anciennes théories.

Claude Ptolémée (v. 100-v. 170)

Ptolémée d'Alexandrie, collecte une partie des connaissances hellénistiques dans des oeuvres encyclopédiques:

L'*Almageste* (astronomie)

La Géographie

L'Optique

Dans l'*Almageste* on retrouve le système de sphères d'Eudoxe, remanié par Apollonios et Hipparque.

Pour la physique, Ptolémée ne perd pas de temps : il reprend telle quelle celle d'Aristote.

Ptolémée (100 - 170)



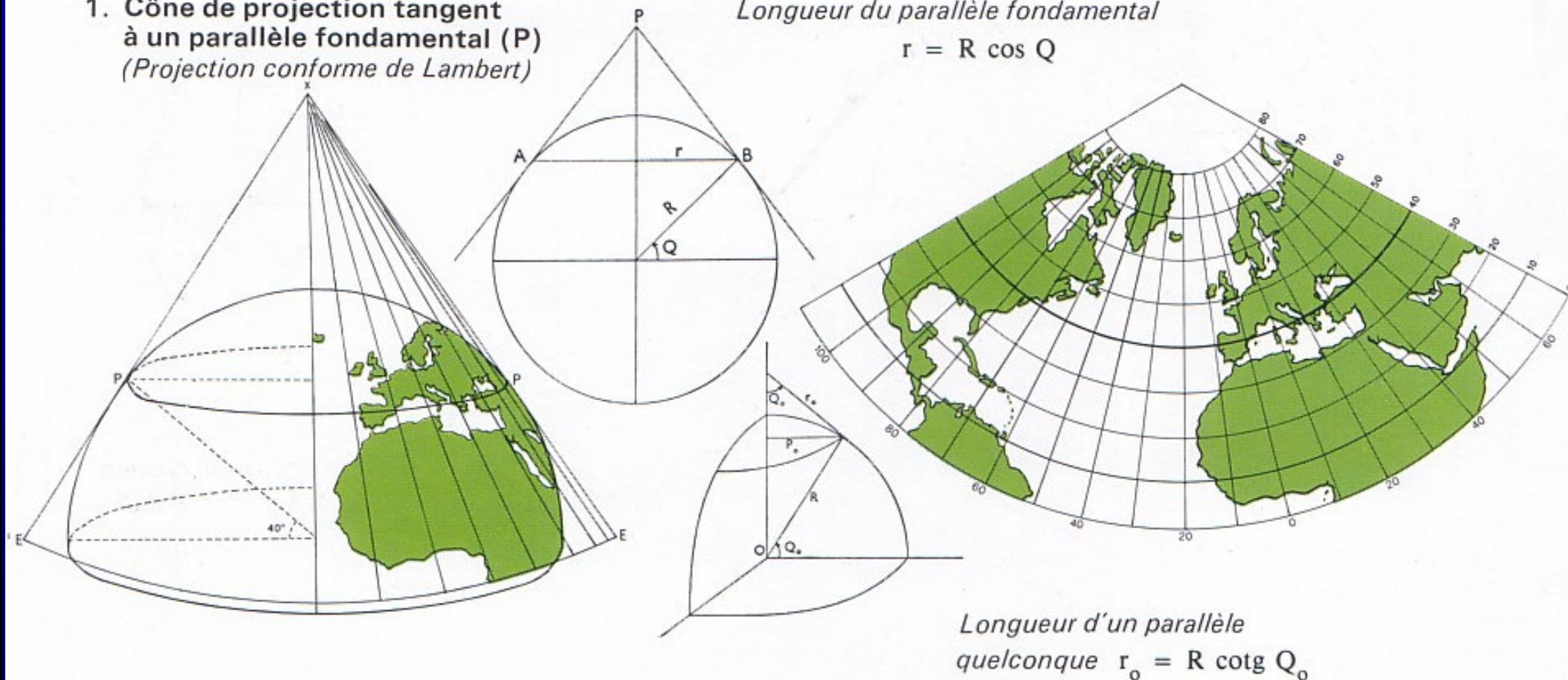
Projection conique

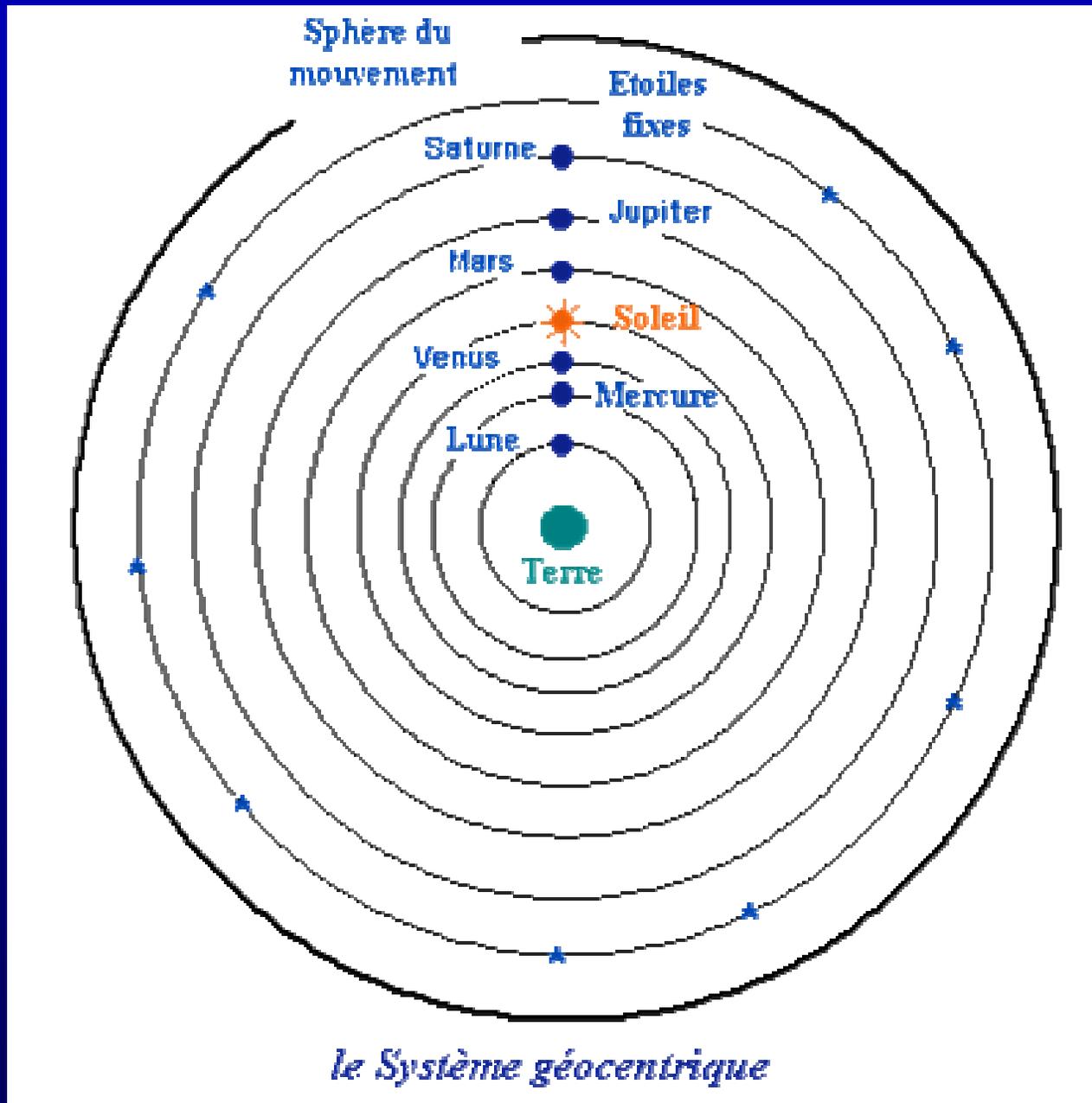
A. PROJECTIONS CONIQUES

1. Cône de projection tangent à un parallèle fondamental (P)
(Projection conforme de Lambert)

Longueur du parallèle fondamental

$$r = R \cos Q$$





La Terre est au centre, immobile.

Autour d'elle:

La Lune tourne en un mois;

Mercure, Vénus et le Soleil en un an;

Mars, en deux ans;
Jupiter, en douze;
Saturne, en trente;

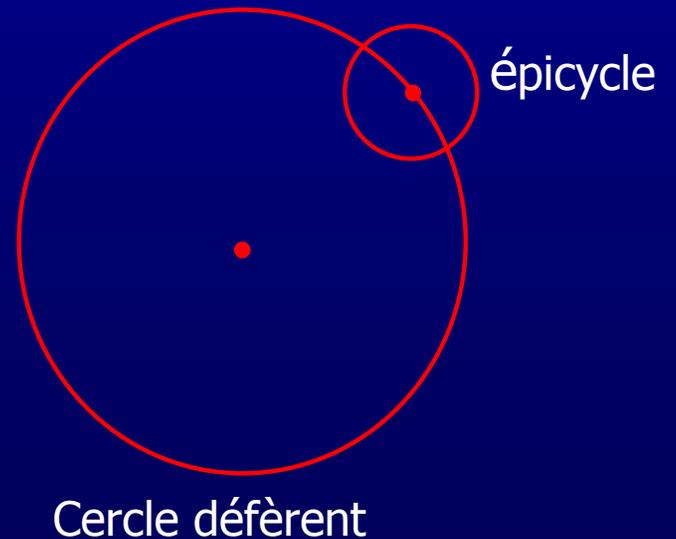
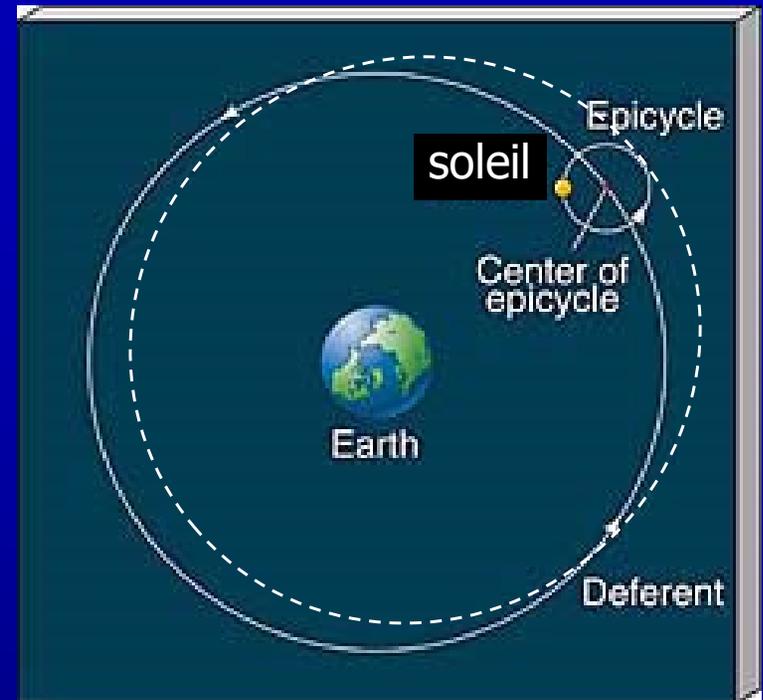
les étoiles fixes font leur révolution en env. 24h

1 - Orbites allongées

Les saisons (qui séparent les solstices et les équinoxes) n'ont pas la même durée:

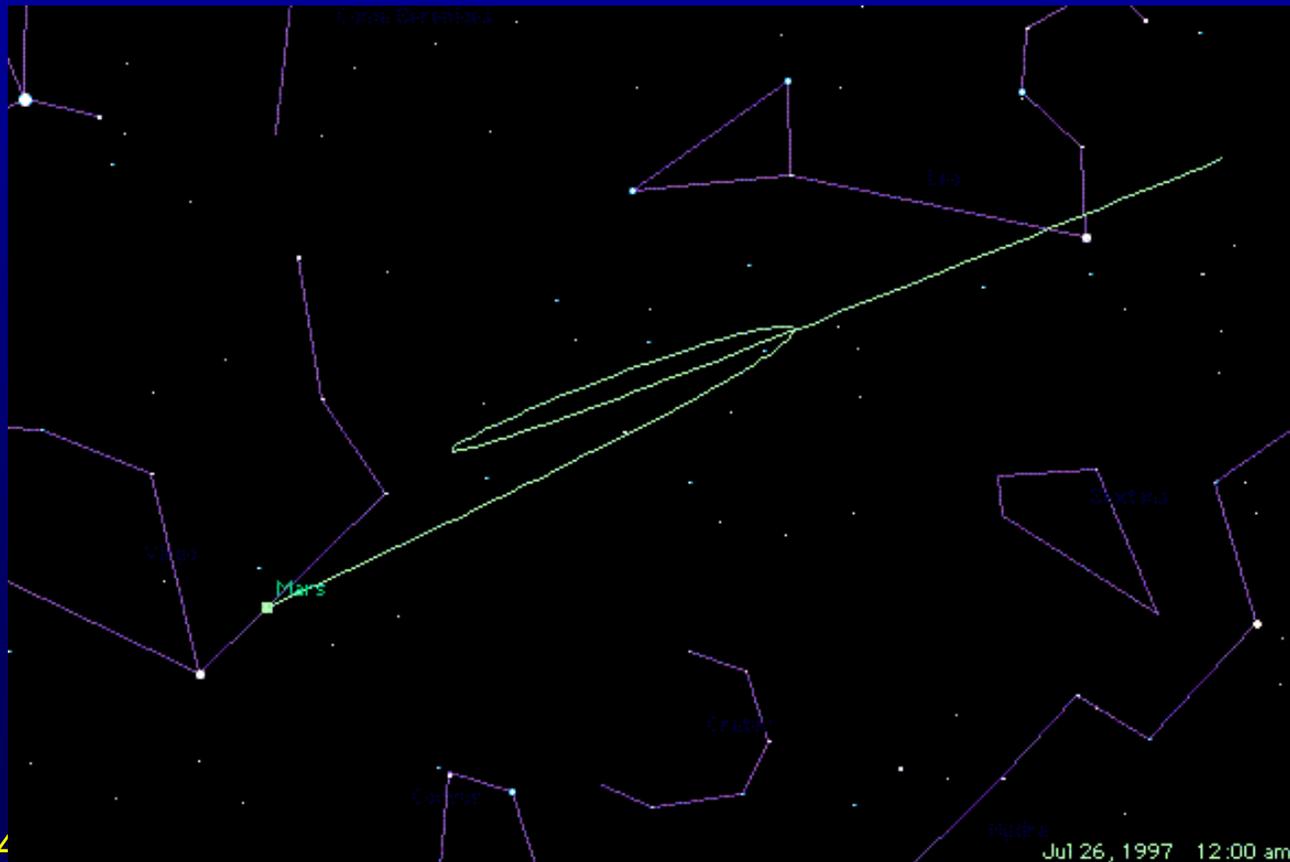
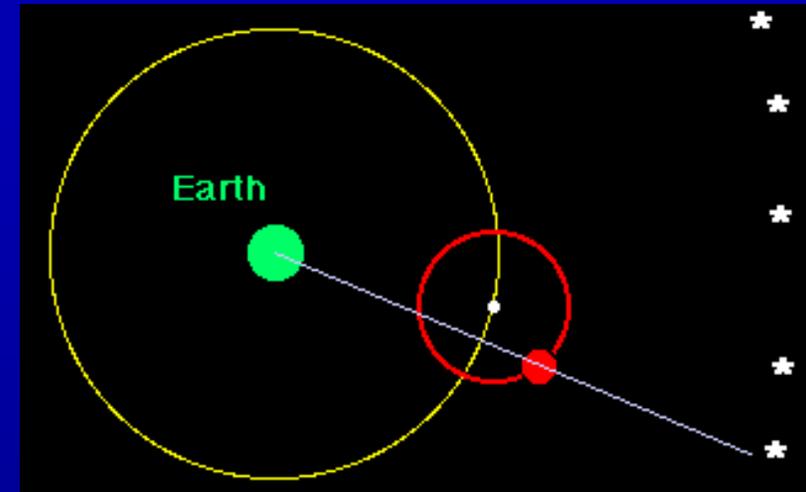
Printemps	94 ½ jours
Été	92 ½ jours
Automne	88 1/8 jours
Hiver	90 1/8 jours

Donc... l'orbite du Soleil autour de la Terre n'est pas parfaitement ronde.



2 - Stations et rétro-gradations Selon Ptolémée

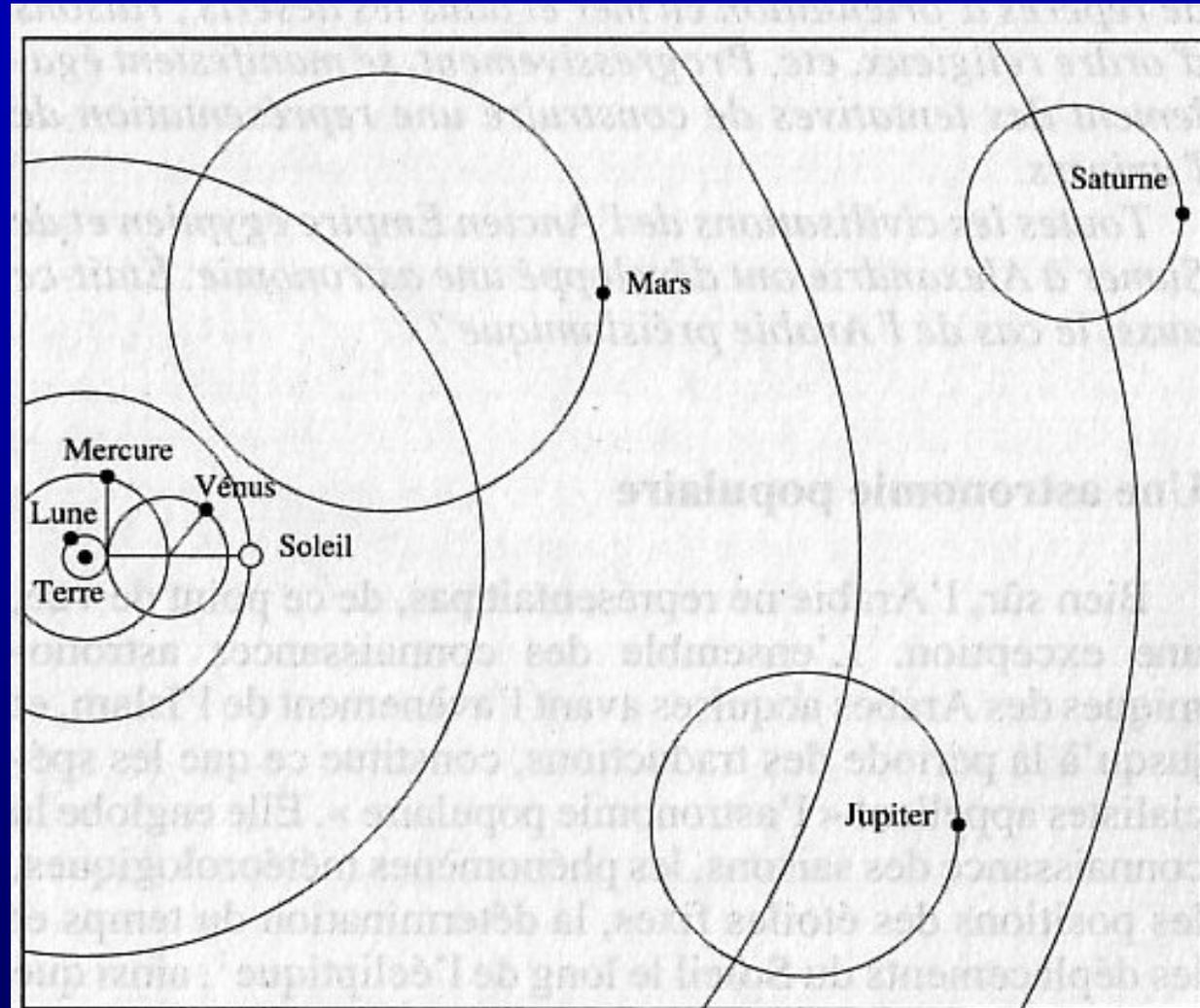
La planète Mars par rapport aux « fixes »



Déférents et Epicycles

Pour limiter le nombre de sphères, Ptolémée utilise pour chaque astre un petit cercle ("épicycle"), porté par un cercle principal, le "défèrent".

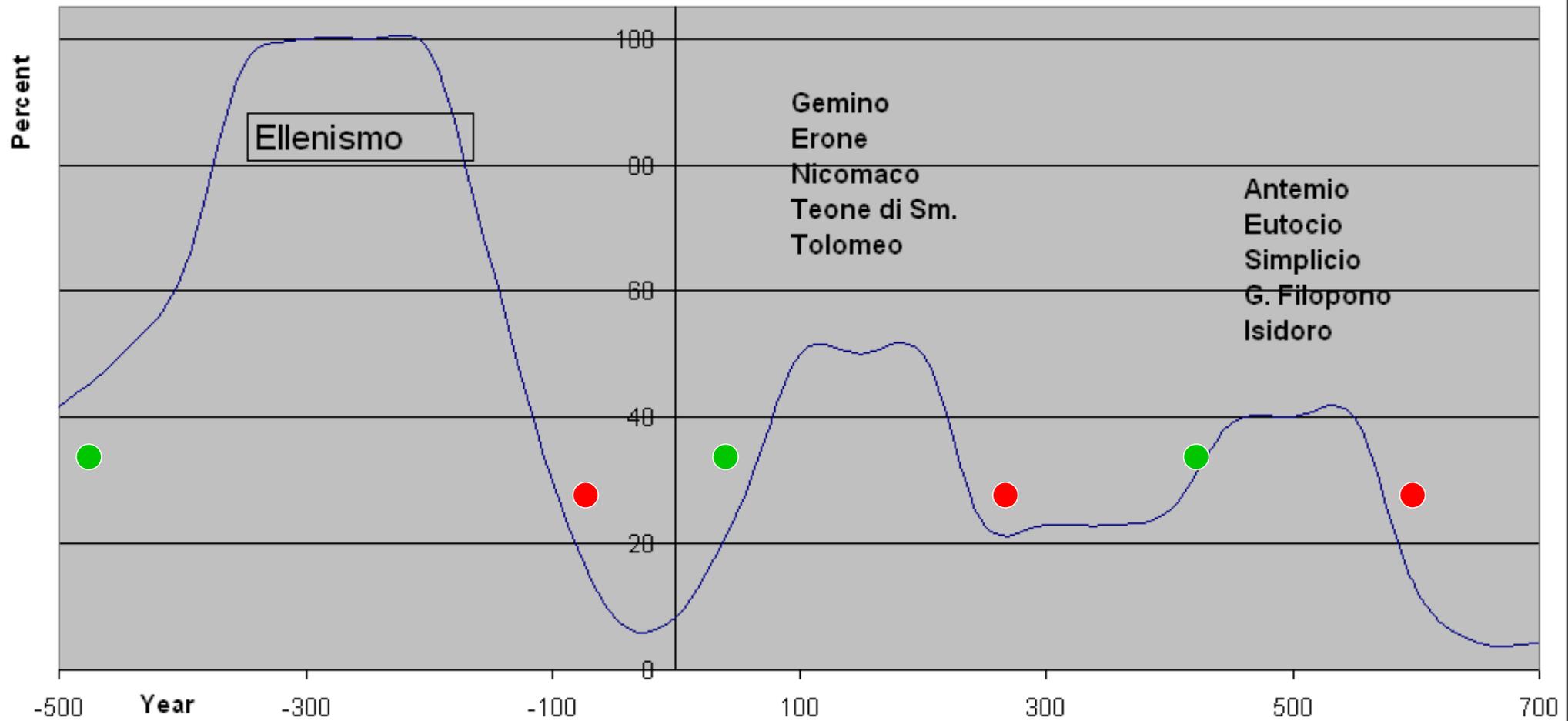
Au besoin, on utilise des petites tricheries, en déplaçant un peu les centres ou en modulant les vitesses de rotation.



[Plus d'animation](#)

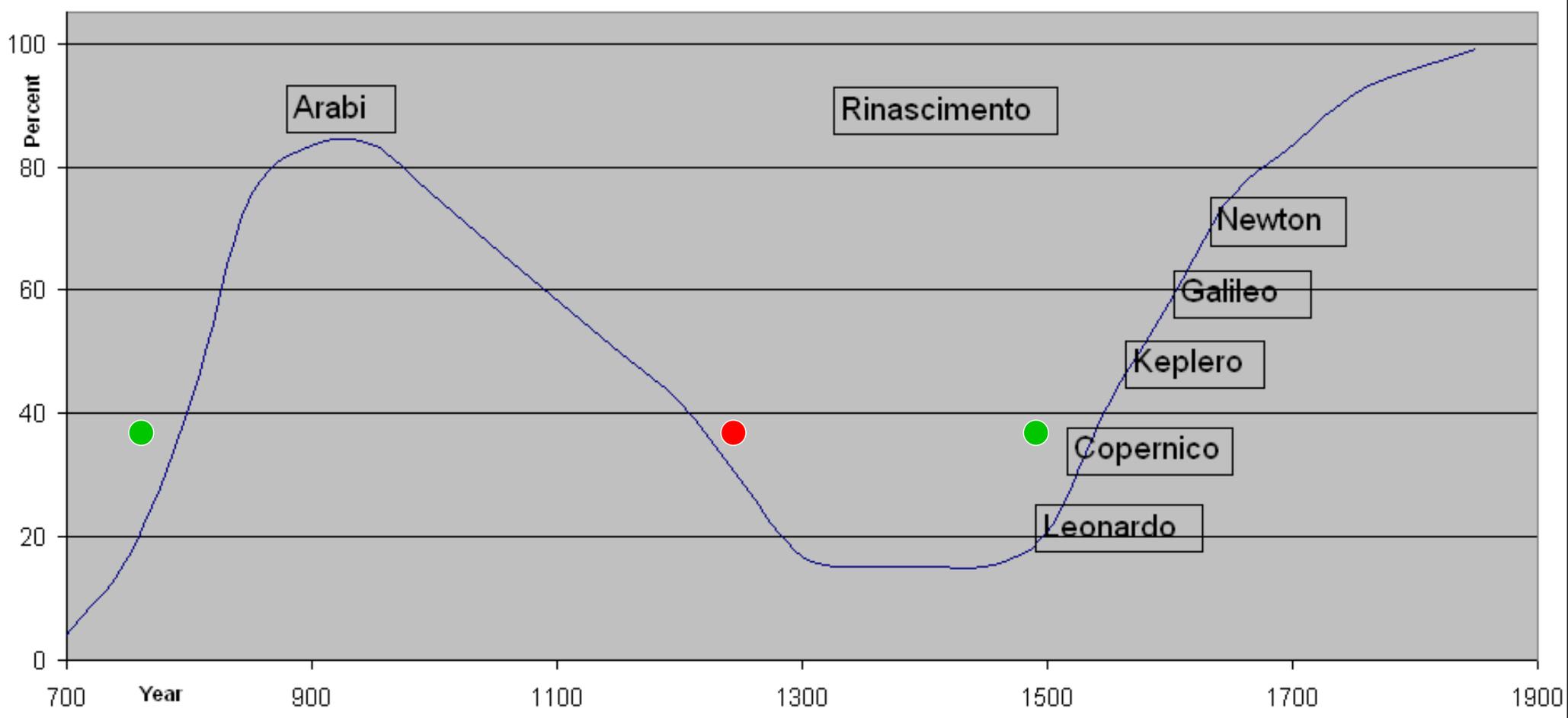
Les parcours de la connaissance

Les tournants de l'histoire (et de la science) ont parfois
des causes qui s'apparentent aux conjonctions astrales...



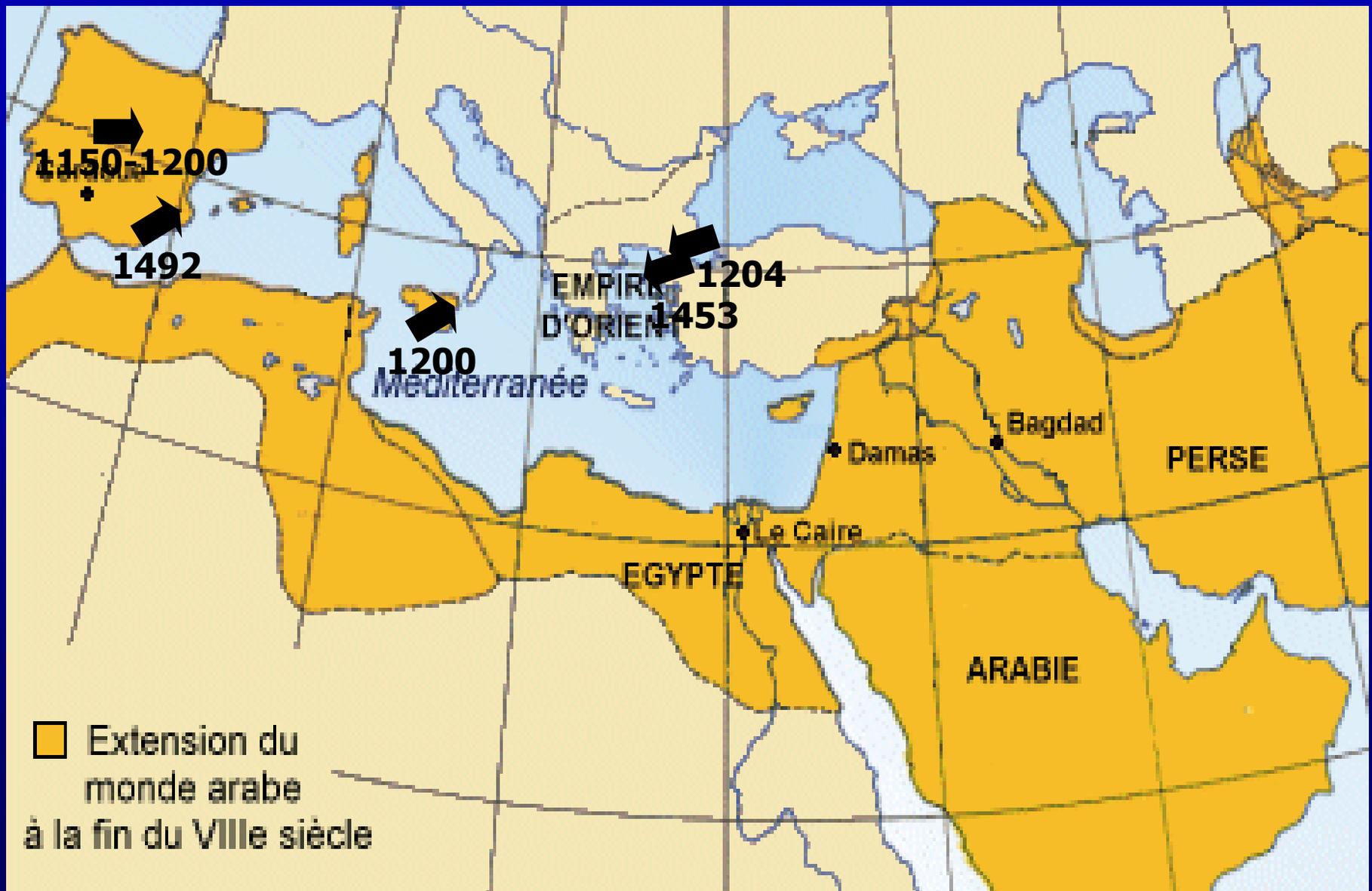
La science hellénistique, sous l'empire romain, et à Byzance
 (échelle arbitraire de 0 a 100)

Timeline A



Les Arabes et la reprise en Europe

Passage des textes en Occident ➡ Renaissance !



Renaissance

Entre 1200 et 1500 beaucoup d'œuvres scientifiques arabes et hellénistiques parviennent en Occident.

La renaissance profite pleinement de cette manne :

Piero della Francesca, Léonard, Copernic, Michel-Ange,
Kepler, Galilée, Newton

font constamment référence aux connaissances anciennes.

Peiro della Francesca : *De perspectiva pingendi*



Sciences exactes - supplément

Avantages d'une théorie axiom-déductive

- On n'a pas besoin de se demander continuellement si ce que l'on fait est vrai ou faux.
- "A l'intérieur" de la théorie l'exactitude des conséquences est garantie – on peut toujours vérifier si une propriété est vraie ou fausse. La déduction de nouveaux résultats peut avancer alors très rapidement.
- La terminologie, les méthodes, les conséquences sont "universelles"; elles peuvent être partagées par les chercheurs du monde entier, qui parlent tous le même langage, utilisent les mêmes méthodes, peuvent vérifier les résultats obtenus par les autres.
- La théorie fournit une méthode générale pour résoudre un nombre illimité de problèmes. Quand les déductions dépassent le domaine des phénomènes connus, on peut avoir des inventions ou des innovations technologiques. (ex. du positron : 1930 Dirac, 1932 Anderson, 1973 PET)

Conséquences :

- Il n'existe pas de théories "vraies" ou "fausses", dans le sens qu'une théorie scientifique ne contient pas de "vérités" absolues et prouvées en ce qui concerne le monde réel.
- Il existe seulement des théories plus ou moins "bonnes", dans le sens que (par l'intermédiaire des règles de correspondance) les déductions trouvées "correspondent" aux phénomènes observés.
- Seule la confrontation avec l'expérience peut dire si une théorie est plus ou moins satisfaisante.
- Quand une théorie n'est plus "bonne" (= il y a des phénomènes qu'elle ne peut pas expliquer), pas de drames : on modifie les hypothèses et on cherche une théorie "meilleure" – qui améliore la qualité d'interprétation ou la quantité de faits expérimentaux qu'elle explique.

Il y a d'autres **types de sciences**, tout aussi importantes que les sciences exactes.

- Par exemple les disciplines que nous pouvons appeler "empiriques", comme la médecine, la psychologie, l'économie, la sociologie, la météorologie, etc.
- Elles comptent une communauté de spécialistes dont le travail de recherche se situe en dehors aussi bien de la philosophie que de la pratique professionnelle - et qui comparent leurs résultats expérimentaux.

Enfin , il y a les **non-sciences**.

- L'astrologie, l'ufologie, la parapsychologie (et même la pyramidologie)...
- On crée une non-science en définissant un "conteneur", si possible avec un nom à racine grecque et avec une terminaison en -logie.
- On poursuit ensuite en mettant dans ce "panier" n'importe quelle "vérité" que l'on veuille affirmer sur le sujet, sans s'embarrasser de définitions ou de démonstrations